



Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Centro de Tecnologia

Departamento de Engenharia de Computação e Automação

DCA-0399 - Métodos Computacionais para Engenharia Civil

Professore: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo

Aluno(a): \_\_\_\_\_ . Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_ .

### Lista de Exercícios da 3ª Unidade

1. Resolver o seguinte problema do valor inicial (PVI):

$$\frac{dy}{dx} = x y, \quad y(0) = 1 \text{ e } x = [0 : 0,25 : 1]$$

- 1.1. Usando o método de Euler.
- 1.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 1.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 1.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 1.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 1.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 1.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 1.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 1.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

2. Achar aproximações para a solução do PVI  $\begin{cases} y' = y - \frac{x^2}{y} \\ y(0) = 1 \end{cases}$  no intervalo  $[0;1,5]$ , com  $h = 0,25$ :

- 2.1. Usando o método de Euler.
- 2.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 2.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 2.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 2.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 2.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 2.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 2.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 2.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

3. Achar aproximações para a solução do PVI  $\begin{cases} y' = x - xy + 3y \\ y(0) = 2 \end{cases}$  no intervalo  $[0;1]$ , com  $h = 0,2$ :

- 3.1. Usando o método de Euler.
- 3.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 3.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 3.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 3.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 3.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 3.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 3.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 3.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

4. Achar aproximações para a solução do PVI  $\begin{cases} y' = x^2 - xy + 2y \\ y(0) = 2 \end{cases}$  no intervalo  $[0;5]$ , com  $h = 1$ :

- 4.1. Usando o método de Euler.
- 4.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 4.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 4.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 4.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 4.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 4.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 4.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 4.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

5. Achar aproximações para a solução do PVI  $\begin{cases} y' = -2y' + 6yx \\ y(0) = 1 \end{cases}$  no intervalo  $[0;1]$ , com  $h = 0,2$ :

- 5.1. Usando o método de Euler.
- 5.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 5.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 5.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 5.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 5.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 5.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 5.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 5.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

6. Resolver o seguinte problema:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = x y, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 0 \quad \text{e} \quad x = [0 : 0,25 : 1]$$

- 6.1. Usando o método de Euler.
- 6.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 6.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 6.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 6.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 6.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 6.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 6.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 6.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

7. Resolver o seguinte problema:

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 5y - x, \quad y(0) = \frac{dy(0)}{dx} = \frac{d^2 y(0)}{dx^2} = 0 \quad \text{e } x = [-1 : 0,5 : 1]$$

- 7.1. Usando o método de Euler.
- 7.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 7.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 7.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 7.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 7.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 7.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 7.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 7.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

8. Resolver o seguinte problema:

$$5 \frac{d^4 y}{dx^4} - 4 \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{y^2}{x^2} - x = 1, \quad y(0) = \frac{dy(0)}{dx} = \frac{d^2 y(0)}{dx^2} = \frac{d^3 y(0)}{dx^3} = 0 \quad \text{e } x = [0 : 0,1 : 0,5]$$

- 8.1. Usando o método de Euler.
- 8.2. Usando o método de Runge-Kutta de 2ª ordem (RK-2).
- 8.3. Usando o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK-4).
- 8.4. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com Euler p/ inicialização.
- 8.5. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-2 p/ inicialização.
- 8.6. Usando o método preditor de Adams-Bashforth com RK-4 p/ inicialização.
- 8.7. Usando o método preditor-corretor com Euler p/ inicialização.
- 8.8. Usando o método preditor-corretor com RK-2 p/ inicialização.
- 8.9. Usando o método preditor-corretor com RK-4 p/ inicialização.

9. Ajustar os pontos dados em cada tabela, a uma reta:

9.1

<b>x</b>	1	2	3
<b>y</b>	2,03	2,95	4,01

9.2

<b>x</b>	1,3	3,4	5,1	6,8	8,0
<b>y</b>	2,0	5,2	3,8	6,1	5,8

9.3

<b>x</b>	-2,0	-0,5	1,2	2,1	3,5	5,4
<b>y</b>	4,4	5,1	3,2	1,6	0,1	-0,4

9.4

<b>x</b>	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
<b>y</b>	0,86	0,68	0,59	0,47	0,43	0,38

9.5

<b>x</b>	10	20	30	40	50	60
<b>y</b>	14,53	14,17	13,83	13,53	13,26	13,02

10. Aplicar ajuste linear múltiplo aos pontos dados em cada tabela:

10.

$x_1$	1	2	4	5
$x_2$	0	1	1	3
$y$	9	4	11	1

10.

$x_1$	0	2	5	6
$x_2$	-1	1	2	4
$y$	11	4	9	-1

10.

$x_1$	-5	-3	-1	0	1	3	4
$x_2$	0,0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	1,0
$y$	5,1	6,3	7,4	8,9	9,5	10,7	11,5

10.

$x_1$	-1	0	1	2	4	5	5	6
$x_2$	-2	-1	0	1	1	2	3	4
$y$	13	11	9	4	11	9	1	-1

11. Ajustar os pontos dados em cada tabela, ao polinômio indicado:

11.1.

$x$	-2,0	-1,5	0,0	1,0	2,2	3,1
$y$	-30,5	-20,2	-3,3	8,9	16,8	21,4
$(y = a_0 + a_1x + a_2x^2)$						

11.2.

$x$	-5	-4	-2	0	1	2	3	5
$y$	386	225	54	6	13	40	110	220
$(y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3)$								

11.3.

$x$	-5,0	-2,5	0,0	2,5	5,0
$y$	-23	-2	7	15	11
$(y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)$					

11.4.

$x$	-2,0	-1,5	0,0	1,0	2,2	3,1
$y$	-30,5	-20,2	-3,3	8,9	16,8	21,4
$(y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4)$						

*Sugestão: Resolver os exercícios dos capítulos 6 e 7 do livro: Cálculo Numérico com Aplicações, (Barroso et.al., 1987).*