



Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Centro de Tecnologia

Departamento de Engenharia de Computação e Automação

DCA-0399 - Métodos Computacionais para Engenharia Civil

Professore: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo

Aluno(a): \_\_\_\_\_ . Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_ .

### Lista de Exercícios da 2ª Unidade

1. Encontre os limites para as raízes dos seguintes polinômios:

1.1.  $P(x) = 2x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 4x + 8$

1.2.  $P(x) = x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 29x + 30$

2. Considerando  $a_n = 1$ , determine os demais coeficientes dos polinômios cujas raízes são:

2.1.  $\varepsilon_1 = -2; \varepsilon_2 = -1; \varepsilon_3 = 2; \varepsilon_4 = 3; \varepsilon_5 = 5$ .

2.2.  $\varepsilon_1 = 1; \varepsilon_2 = 3 + i; \varepsilon_3 = 3 - i$ .

3. Encontre pelo menos uma raiz real para cada uma das seguintes equações, considerando as seguintes sugestões para intervalo inicial de busca e tolerância  $\varepsilon = 10^{-3}$ :

3.1.  $P(x) = x^4 - 2x^3 - 36x^2 + 2x + 35; [-6; -3]$  ou  $[3; 8]$

3.1.1. Usando o método da Bisseção;

3.1.2. Usando o método das Cordas;

3.1.3. Usando o método da Secante;

3.1.4. Usando o método de Newton;

3.2.  $F(x) = \text{sen}(x) - e^x; [-4; -1]$

3.2.1. Usando o método da Bisseção;

3.2.2. Usando o método das Cordas;

3.2.3. Usando o método da Secante;

3.2.4. Usando o método de Newton;

4. Seja a função  $f(x)$ , conhecida apenas nos pontos tabelados:

$i$	$x_i$	$y_i$
0	0,00	1,000
1	0,10	2,001
2	0,30	4,081
3	0,60	8,296
4	1,00	21,000

4.1. Determine o polinômio interpolador de Lagrange  $P_L(x)$  para a função;

4.2. Determine  $P_L(0,20)$ ;

4.3. Determine o polinômio interpolador de Newton  $P_N(x)$  para a função;

4.4. Determine  $P_N(0,20)$ ;

4.5. Determine as splines cúbicas naturais que aproximam a função dada;

4.6. Estime o valor da função em  $x = 0,20$  usando as splines cúbicas encontradas;

5. Seja a função  $f(x)$ , conhecida apenas nos pontos tabelados:

$i$	0	1	2	3
$x_i$	0,00	0,30	0,60	1,00
$y_i$	1,000	4,081	8,296	21,000

- 5.1. Determine o polinômio interpolador de Lagrange  $P_L(x)$  para a função;
- 5.2. Determine  $P_L(0,20)$ ;
- 5.3. Determine o polinômio interpolador de Newton  $P_N(x)$  para a função;
- 5.4. Determine  $P_N(0,20)$ ;
- 5.5. Determine as splines cúbicas naturais que aproximam a função dada;
- 5.6. Estime o valor da função em  $x = 0,20$  usando as splines cúbicas encontradas;
- 5.7. Compare os resultados das 4ª e 5ª questões

6. Considerando:  $I = \int_3^6 3x + 2 dx$ . Calcule:

- 6.1. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ três segmentos;
- 6.2. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ seis segmentos;
- 6.3. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ nove segmentos;
- 6.4. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ três segmentos;
- 6.5. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ seis segmentos;
- 6.6. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ nove segmentos;
- 6.7. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ três segmentos;
- 6.8. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ seis segmentos;
- 6.9. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ nove segmentos;
- 6.10. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.1 e 6.2;
- 6.11. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.2 e 6.3;
- 6.12. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.4 e 6.5;
- 6.13. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.5 e 6.6;
- 6.14. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.7 e 6.8;
- 6.15. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 6.8 e 6.9;

7. Considerando:  $I = \int_0^9 \frac{\cos x}{1+x} dx$ . Calcule:

- 7.1. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ três segmentos;
- 7.2. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ seis segmentos;
- 7.3. O valor da integral  $I$ , utilizando a regra do Trapézio p/ nove segmentos;
- 7.4. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ três segmentos;
- 7.5. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ seis segmentos;
- 7.6. O valor da integral  $I$ , utilizando a 1ª regra de Simpson p/ nove segmentos;
- 7.7. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ três segmentos;
- 7.8. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ seis segmentos;
- 7.9. O valor da integral  $I$ , utilizando a 2ª regra de Simpson p/ nove segmentos;
- 7.10. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.1 e 7.2;
- 7.11. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.2 e 7.3;
- 7.12. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.4 e 7.5;
- 7.13. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.5 e 7.6;
- 7.14. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.7 e 7.8;
- 7.15. Aplique extrapolação de Richardson aos resultados de 7.8 e 7.9;

8. Calcular a integral dupla abaixo, utilizando:

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{0,4} y \operatorname{sen} x \, dy \, dx$$

- 8.1. A regra do Trapézio com 1 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 1$ );
- 8.2. A regra do Trapézio com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 2$  e  $n_y = 4$ );
- 8.3. A regra do Trapézio com 4 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 4$ );
- 8.4. A 1ª regra de Simpson com 2 segmentos para cada variável ( $n_x = n_y = 2$ );
- 8.5. A 1ª regra de Simpson com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 2$  e  $n_y = 4$ );
- 8.6. A 1ª regra de Simpson com 4 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 4$ );
- 8.7. A 2ª regra de Simpson com 3 segmentos para cada variável ( $n_x = n_y = 3$ );
- 8.8. A 2ª regra de Simpson com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 3$  e  $n_y = 6$ );
- 8.9. A 2ª regra de Simpson com 6 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 6$ );

9. Calcular a integral dupla abaixo, utilizando:

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^{0,4} xy \operatorname{sen} x \, dx \, dy$$

- 9.1. A regra do Trapézio com 1 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 1$ );
- 9.2. A regra do Trapézio com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 2$  e  $n_y = 4$ );
- 9.3. A regra do Trapézio com 4 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 4$ );
- 9.4. A 1ª regra de Simpson com 2 segmentos para cada variável ( $n_x = n_y = 2$ );
- 9.5. A 1ª regra de Simpson com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 2$  e  $n_y = 4$ );
- 9.6. A 1ª regra de Simpson com 4 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 4$ );
- 9.7. A 2ª regra de Simpson com 3 segmentos para cada variável ( $n_x = n_y = 3$ );
- 9.8. A 2ª regra de Simpson com 2 segmentos p/ x e 4 p/ y ( $n_x = 3$  e  $n_y = 6$ );
- 9.9. A 2ª regra de Simpson com 6 segmento para cada variável ( $n_x = n_y = 6$ );

10. Calcular o valor de:  $I = \int_3^6 3x + 2 \, dx$ . Utilizando quadratura gaussiana com:

- 10.1. 2 pontos;
- 10.2. 3 pontos;
- 10.3. 4 pontos;
- 10.4. 5 pontos;

11. Calcular o valor de:  $I = \int_0^9 \frac{\cos x}{1+x} \, dx$ . Utilizando quadratura gaussiana com:

- 11.1. 2 pontos;
- 11.2. 3 pontos;
- 11.3. 4 pontos;
- 11.4. 5 pontos;

12. Dada a tabela abaixo, calcule:

$i$	0	1	2	3	4
$x_i$	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2
$y_i=f(x_i)$	10,8894	12,7032	14,7781	17,1490	19,8550

- 12.1.  $\dot{f}(1,8)$  usando diferenças finitas progressivas, com erro da ordem de  $h^2$ ;
- 12.2.  $\dot{f}(1,8)$  usando diferenças finitas progressivas, com erro da ordem de  $h^4$ ;
- 12.3.  $\dot{f}(2,2)$  usando diferenças finitas retroativas, com erro da ordem de  $h^2$ ;
- 12.4.  $\dot{f}(2,2)$  usando diferenças finitas retroativas, com erro da ordem de  $h^4$ ;
- 12.5.  $\dot{f}(1,9)$  usando diferenças finitas centrais, com erro da ordem de  $h^2$ ;
- 12.6.  $\dot{f}(2,1)$  usando diferenças finitas centrais, com erro da ordem de  $h^2$ ;
- 12.7.  $\dot{f}(2,0)$  usando diferenças finitas centrais, com erro da ordem de  $h^4$ ;
- 12.8. Sabendo que:, determine o erro cometido nas aproximações;

13. seja:  $f(x) = \text{sen}(x)$ , complete a tabela abaixo usando o método de diferenciação numérica de sua preferência:

$i$	0	1	2	3	4
$x_i$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$y_i=f(x_i)$					
$f'(x_i)_{\text{exato}}$					
$f'(x_i)_{\text{aprox}}$					
<b>erro</b>					
<b>Método Usado</b>					
<b>Justific.</b>					

14. seja:  $f(x) = e^x + 3x^2 - 2$ , complete a tabela abaixo usando o método de diferenciação numérica de sua preferência:

$i$	0	1	2	3	4
$x_i$	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$y_i=f(x_i)$					
$f'(x_i)_{\text{exato}}$					
$f'(x_i)_{\text{aprox}}$					
<b>erro</b>					
<b>Método Usado</b>					
<b>Justific.</b>					

*Sugestão: Resolver os exercícios dos capítulos 3, 4 e 5 do livro: Cálculo Numérico com Aplicações, (Barroso et.al.,1987) e repetir os exercícios 13 e 14 com diferentes funções.*