

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E  
AUTOMAÇÃO

APOSTILA DE USO DO  
SOFTWARE COMPUTACIONAL  
*ModSym*

**Prof. André Laurindo Maitelli**

28 de Abril de 2008

Natal / RN

## SUMÁRIO

<b>1. Introdução.....</b>	<b>3</b>
<b>2. Modo de Operação.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1. Montando um Sistema.....</b>	<b>7</b>
<b>2.2. Simulando um Sistema.....</b>	<b>13</b>
<b>3. Modelagem de Sistemas Elétricos.....</b>	<b>18</b>
<b>3.1. Função de Transferência.....</b>	<b>19</b>
<b>3.2 Simulações.....</b>	<b>22</b>
<b>4. Modelagem de Sistemas Mecânicos Translacionais.....</b>	<b>26</b>
<b>4.1. Simulações.....</b>	<b>28</b>
<b>5. Conclusão.....</b>	<b>31</b>
<b>6. Referências Bibliográficas.....</b>	<b>32</b>

# 1. INTRODUÇÃO

O ambiente computacional desenvolvido é denominado *ModSym*, que é uma “abreviação” para Modelagem Simbólica de Sistemas Físicos. O *ModSym* tem como finalidade auxiliar os estudantes de Engenharia de Controle na realização de atividades de modelagem de sistemas físicos lineares, a qual é fundamental ao estudo de sistemas de controle.

Em resumo, a idéia do software é permitir que estudantes modelem no computador sistemas físicos, a partir de diagramas gráficos e obtenham modelos matemáticos que descrevam seu comportamento; em particular, funções de transferência nas formas simbólica e numérica e funções de sensibilidade paramétrica.

A interface gráfica de modelagem, implementada no software, facilita a realização da tarefa de modelagem de sistemas físicos e permite a construção dos diagramas gráficos que representam um sistema utilizando basicamente o *mouse*. Didaticamente, a interface gráfica pode ser dividida em três partes: a área de montagem de Desenhos Gráficos, a área de montagem de Grafos de Ligação e a área de montagem de Diagramas de Fluxo de Sinal. Evidentemente, cada área de montagem está relacionada a um tipo de diagrama gráfico suportado pelo software. Nesta apostila será somente abordada a primeira parte, isto é, a área de montagem de desenhos gráficos.

A área de montagem de desenhos gráficos permite a modelagem de sistemas a partir de um conjunto de elementos físicos dos domínios elétrico, mecânico translacional, mecânico rotacional e hidráulico, além de acopladores utilizados para interligar elementos de dois domínios físicos diferentes.

Os diagramas gráficos utilizados nesta área de montagem assemelham-se bastante aos desenhos de sistemas físicos realizados à mão. Entretanto, algumas convenções necessárias à sistematização do processo de modelagem, apresentadas no decorrer do texto, acarretaram em pequenas diferenças na forma habitual de representação do desenho gráfico do sistema físico. As alterações, entretanto, não são relevantes e são absorvidas sem muito esforço pelo usuário.

A Figura 1 apresenta a interface gráfica de modelagem do *ModSym*. A janela com o título “*ModSym – Modelagem Simbólica de Sistemas Físicos*” é a janela principal do aplicativo. Esta janela é composta pelo menu de comandos, que dão acesso às diversas funções do software; pela barra de ferramentas, localizada abaixo do menu, que permite acessar rapidamente suas principais funções; e pela paleta de componentes, que apresenta os ícones gráficos disponíveis à modelagem dos sistemas físicos referentes ao tipo de sistema selecionado. Conforme pode ser visto, os elementos disponíveis para a montagem de desenhos gráficos estão agrupados de acordo com seus respectivos domínios físicos.

A janela “Sistema1”, vista abaixo da janela principal, representa a área de montagem de um diagrama de desenho gráfico, em que os elementos podem ser inseridos e conectados de forma a definir a estrutura de um diagrama em particular. Como citado anteriormente, o ambiente computacional gerencia uma lista de diagramas, permitindo que vários deles sejam montados simultaneamente.

Finalmente, a janela “Propriedades”, vista ao lado do diagrama, mostra as características de um objeto do diagrama em particular ou do próprio diagrama. A janela permite que o usuário altere rápida e facilmente os atributos de um objeto, como, por exemplo, a sua descrição ou o seu ganho, dentre outros.

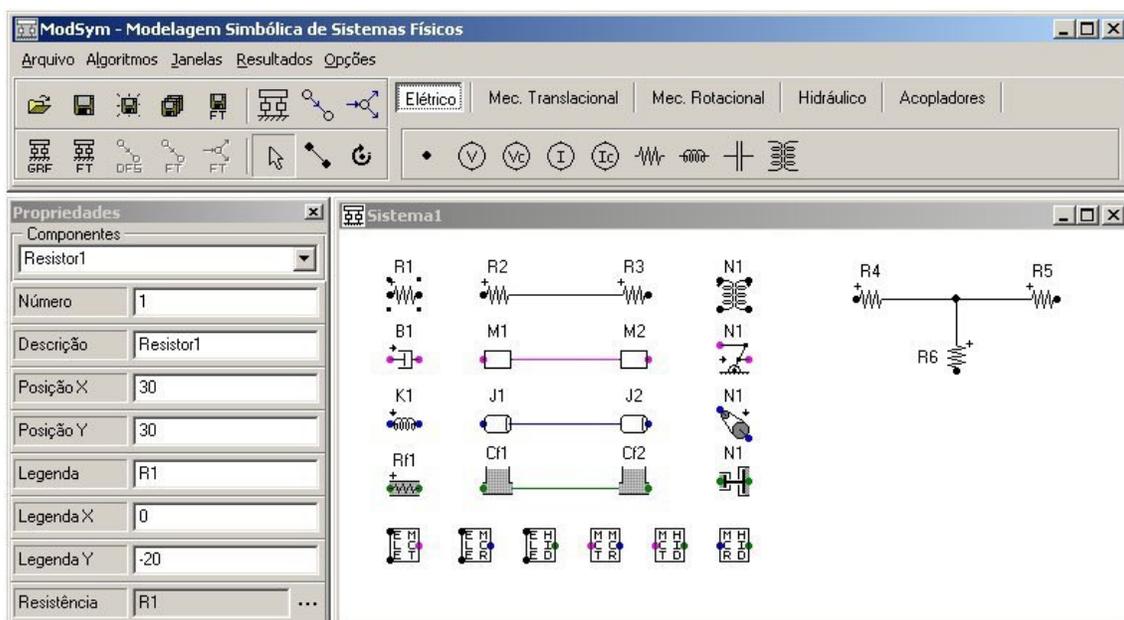


Figura 1 – Interface gráfica de modelagem do ModSym

## 2. MODO DE OPERAÇÃO

Primeiramente deve-se abrir o programa *ModSym*. Uma janela em sua área de trabalho será aberta como mostrado na figura abaixo:

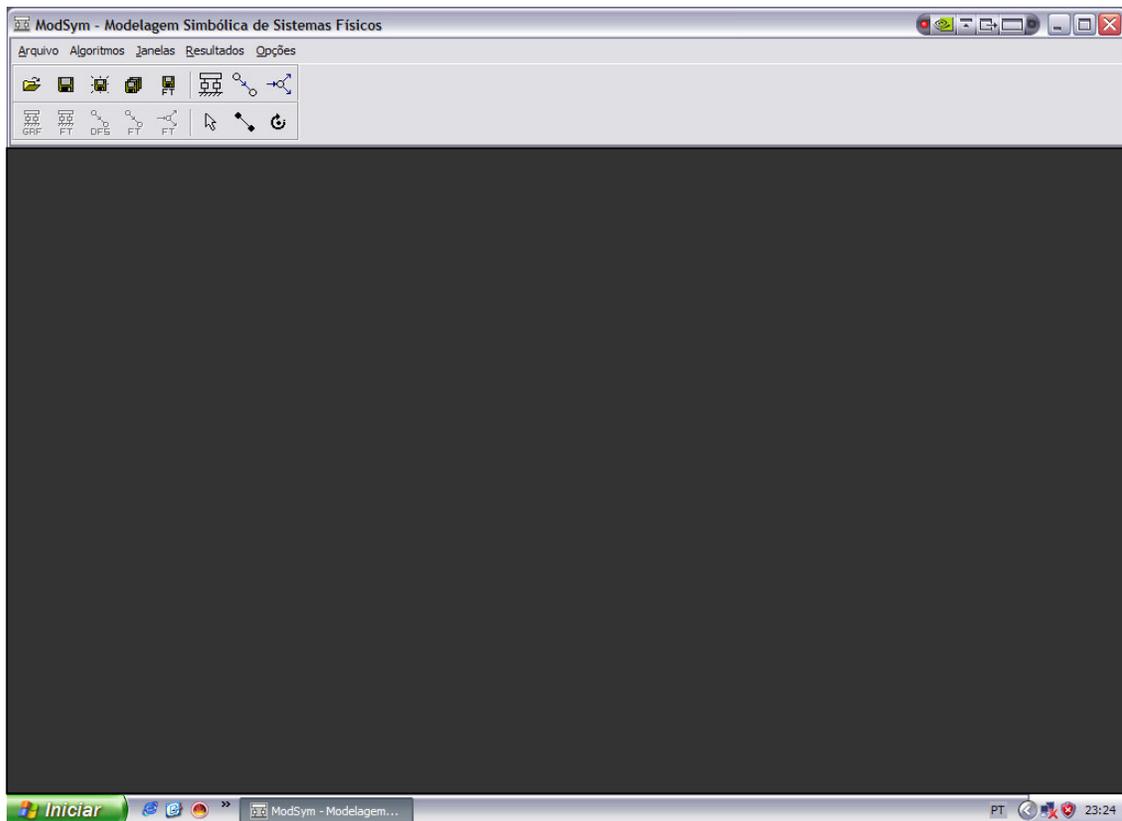


Figura 2 – Tela de Inicialização do Programa

Agora deve-se abrir um novo projeto indo na janela ARQUIVO e clicando em: “Novo Sistema”, o primeiro item da janela.

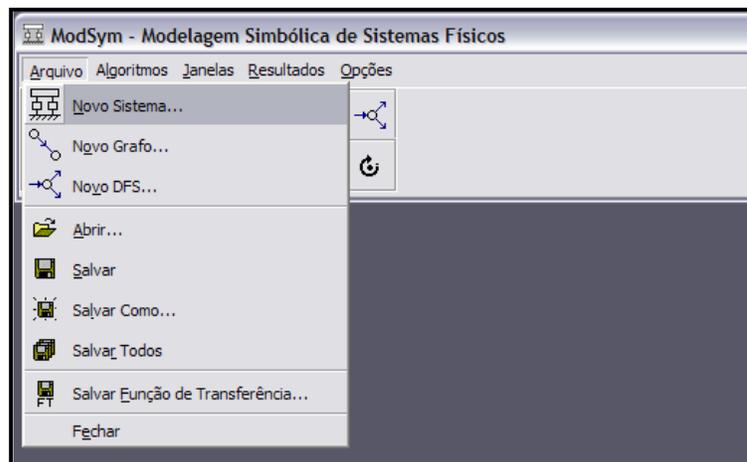


Figura 3 – Abertura de novo sistema

Para abrir um novo sistema, também pode-se clicar na janela referente a novos sistemas, como mostra a figura abaixo:

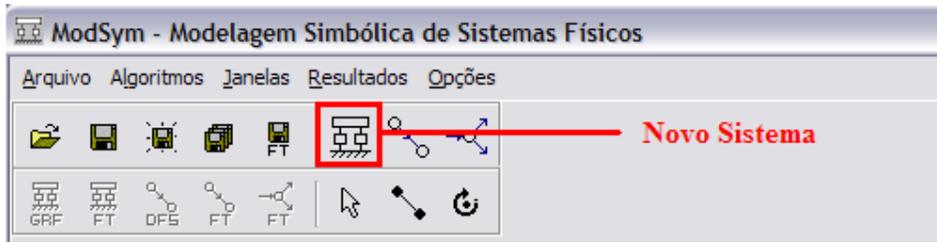


Fig. 4 – Janela com ferramentas do ModSym

Duas novas janelas serão abertas apresentando em uma delas um espaço para trabalho, espaço em que irá montar-se a planta a ser modelada.

A outra janela apresentará as propriedades do sistema montado na janela ao lado, desde uma lista de todos os componentes até o dimensionamento de onde estará cada componente.

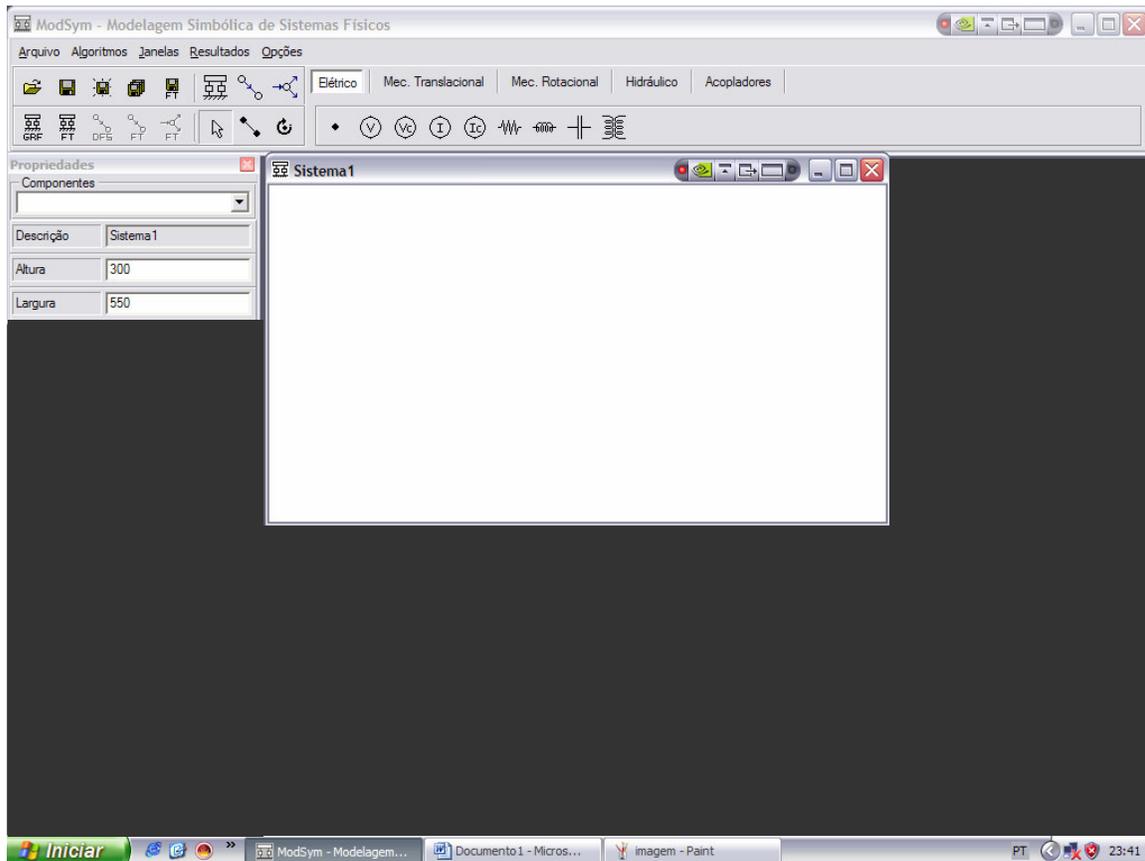


Figura 5 – Interface gráfica de modelagem do ModSym

## 2.1. MONTANDO UM SISTEMA

Para iniciarmos a montar um determinado sistema, precisamos definir no programa qual o tipo de domínio físico que queremos modelar. O *ModSym* tem disponibilidade, como foi dito anteriormente, dos seguintes domínios: Elétricos, Mecânicos Translacionais, Mecânicos Rotacionais, e Hidráulicos. Mas também existe uma disponibilidade de fazermos interações desses sistemas com o uso de acopladores.

Quando abrimos uma nova área de montagem, para um novo sistema, uma janela com todos os domínios disponíveis irá aparecer, para que possa ser escolhido o sistema a ser montado.

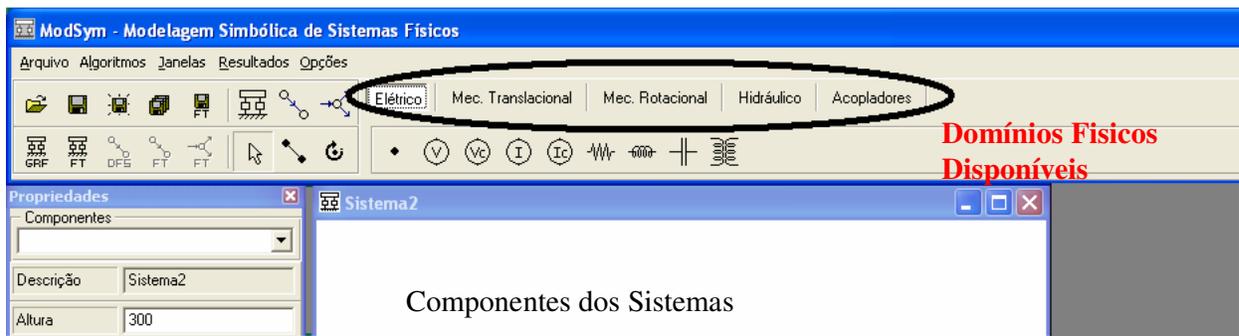


Figura 6 – Componentes do Sistema

Para escolher o domínio a ser montado basta um simples clique em uma das paletas da janela indicada na figura acima. Feita a escolha do domínio, logo abaixo dessa janela outra janela estará disponível com todos os componentes do sistema anteriormente escolhido. Como no caso acima foi escolhido o Sistema Elétrico, na janela logo abaixo tem-se disponível: fonte de tensão, fonte de tensão controlada, fonte de corrente, fonte de corrente controlada, resistor, indutor, capacitor e transformador. Todos esses componentes poderão ser utilizados para executar a modelagem do sistema.

Quando clicarmos em um dos componentes ele estará sempre selecionado, até o momento que seja feito um novo clique em outro componente ou janela. Então assim todas as vezes que for clicado na área de montagem do sistema, com o componente selecionado, um novo componente será adicionado na área de montagem.



Figura 7 – Escolha de componentes

Para se escolher outro componente elétrico, por exemplo, um resistor, um novo clique na janela referente ao resistor deve ser feita, só então o mesmo poderá ser utilizado na área de montagem.

Para organizar os componentes escolhidos e já colocados na área de montagem, deve-se clicar e segurar o botão esquerdo do mouse para se poder arrastar o ícone do componente para qualquer parte da área de montagem.

Para fazer rotações em algum componente deve-se dar dois cliques rápidos no componente e assim ele irá girar 90°. Outro método para se girar um componente pode ser feito. Devemos clicar em uma outra janela disponível do programa, fazendo esse procedimento essa opção deve ser ativada, então qualquer clique simples feito em qualquer dispositivo ele irá girar 90°.



Figura 8 – Opção de giro de componentes

Para fazermos uma conexão de um componente com outro devemos selecionar a janela que habilitará na área de montagem a conexão entre componentes. Então, depois de selecionada essa opção, pode-se conectar todos os componentes formando uma malha e até mesmo um sistema completo.



Figura 9 – Opção de conexão entre componentes

Pode-se observar que em um dispositivo colocado na área de montagem dos sistemas, temos a presença de dois pontos ao redor do componente.

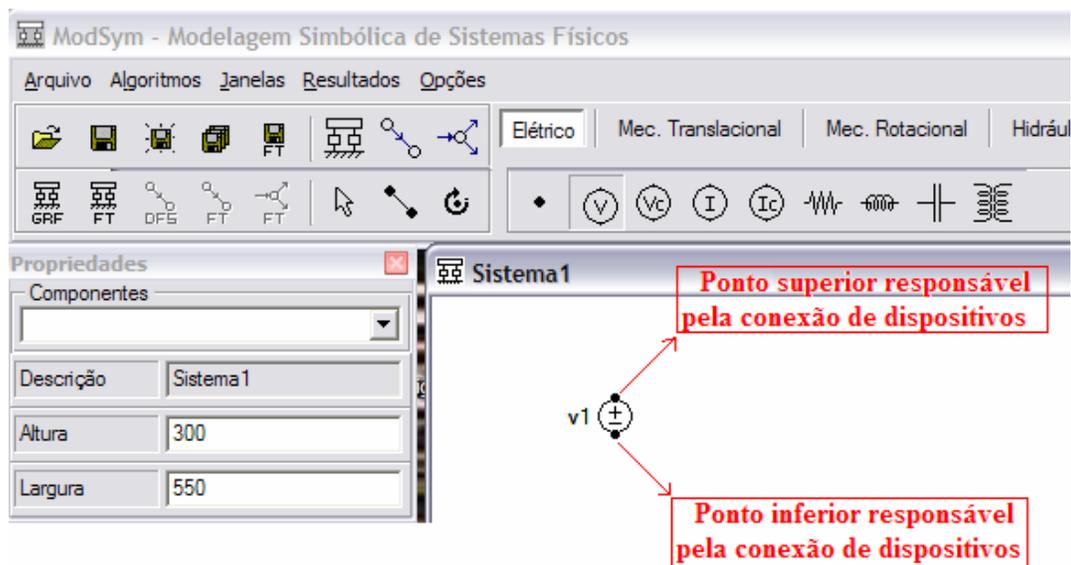


Figura 10 – Pontos de conexão de componentes

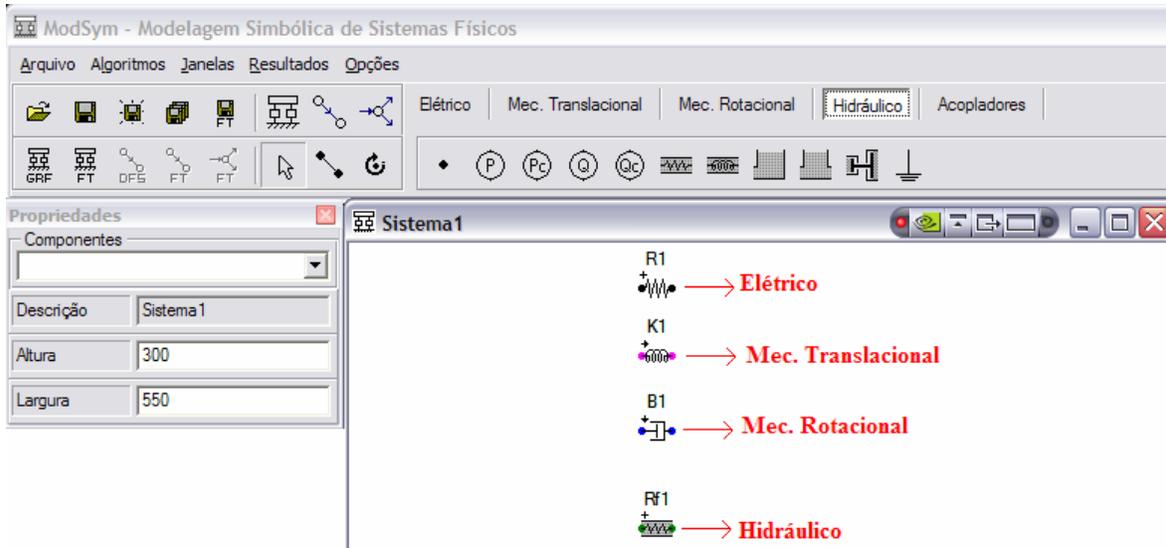


Figura 11 – Diferenças de cores entre sistemas diferentes

Alguns conectores apresentam ainda um pequeno símbolo “+” ou “-”, indicando que ele é considerado o conector positivo do elemento. Isto significa que a variável generalizada de esforço, associada ao domínio físico do componente, é medida convencionando este conector como referencial positivo. Nos elementos que não apresentam este referencial, normalmente a variável de esforço é medida entre o próprio elemento e a referência. A velocidade das massas e a pressão dos reservatórios são exemplos destes casos.

Todas as conexões realizadas entre elementos dos vários domínios físicos são consideradas ideais. Isto significa que a variável generalizada de esforço assume valor nulo entre os dois conectores interligados pela conexão.

Quando se quer fazer a conexão de um determinado componente para outro, um simples clique em um desses pontos deve ser feito, quando clicar em um desses pontos, ele mudará para a cor vermelha, indicando que ele foi selecionado.

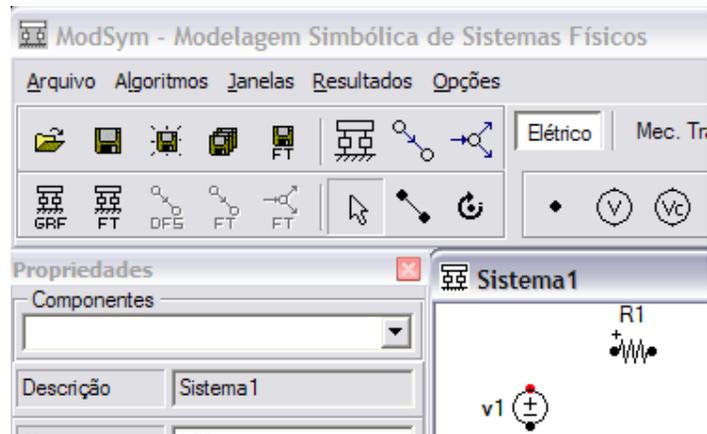


Figura 12 – Conexão de componente selecionada

Podendo assim clicar no ponto do outro componente que queira fazer a conexão, ou seja, clicando do ponto de origem ao ponto de destino que se quer fazer a conexão.



Figura 13 – Conexão formada entre dois componentes

Todos os domínios físicos possuem um elemento especial denominado de vértice, o qual permite a conexão de vários componentes entre si.

O ícone gráfico dos vértices é idêntico ao ícone dos conectores, simbolizando a possibilidade de realização de conexões. Os vértices também estão associados a um domínio físico e utilizam a mesma padronização de cores dos conectores; mas, diferentemente deles, suportam várias conexões.

Para utilizar um vértice em um sistema devemos dá um simples clique na paleta referente ao vértice, como mostra a figura abaixo:



Figura 14 – Escolhendo um vértice

Esse dispositivo será muito útil quando for preciso montar um sistema que tenha mais de uma malha, quer seja elétrico, mecânico ou outro tipo de sistema.

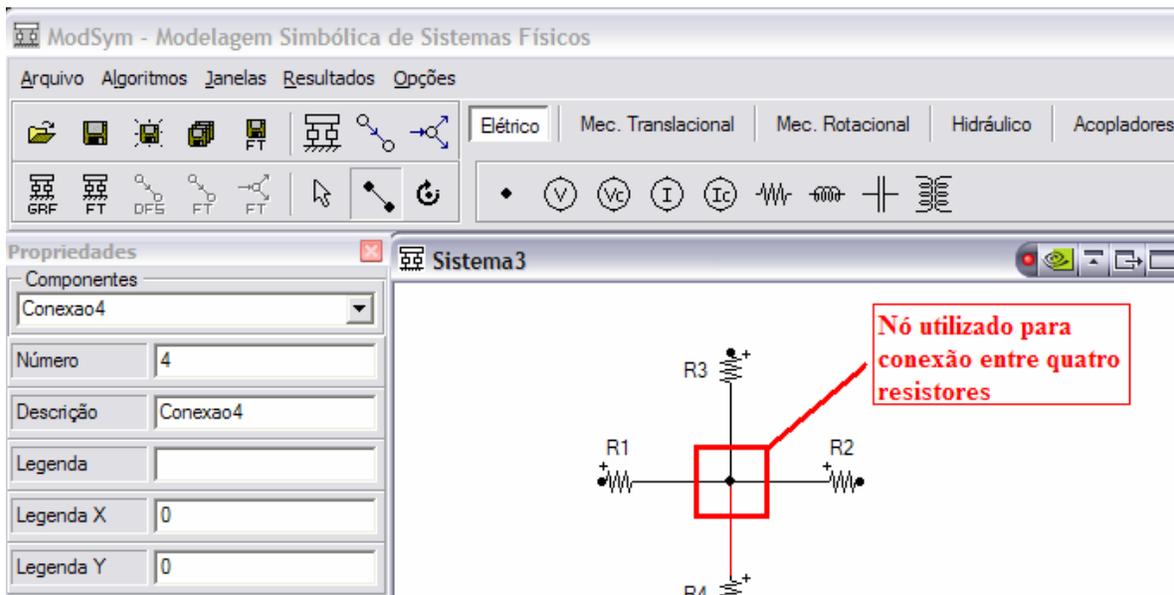


Figura 15 – Junção de vários componentes através de um vértice

Agora que demonstramos todos os passos para fazermos a montagem de um determinado sistema, podemos agora montar um sistema e partir para a execução do programa para obtermos a função de transferência desejada.

Demonstraremos agora a montagem de um sistema elétrico simples, com apenas dois resistores e uma fonte de tensão, e demonstraremos também como simularmos a planta para obtermos a sua função de transferência. Exemplos mais completos e um pouco mais complexos serão abordados no decorrer da apostila.

## 2.2. SIMULAÇÃO DO SISTEMA

Primeiramente montamos a planta desejada:

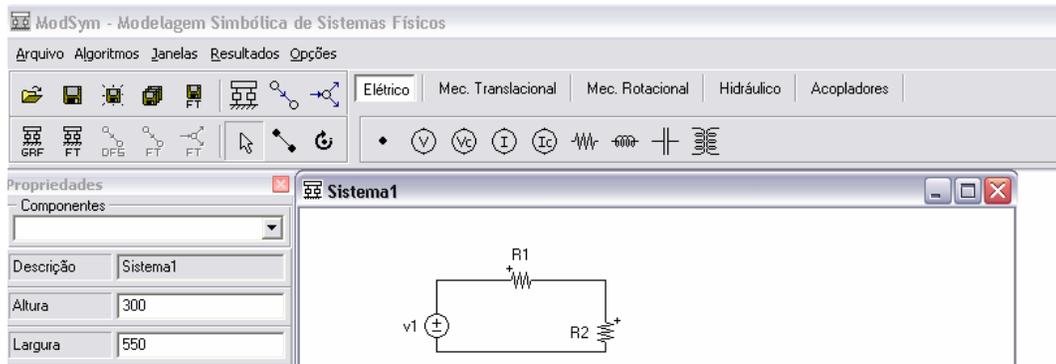


Figura 16 – Planta a ser simulada

Para fazermos a simulação para a função de transferência, podemos ir por dois caminhos. O primeiro é clicando na janela da barra de ferramentas do programa referente à simulação para a função de transferência:

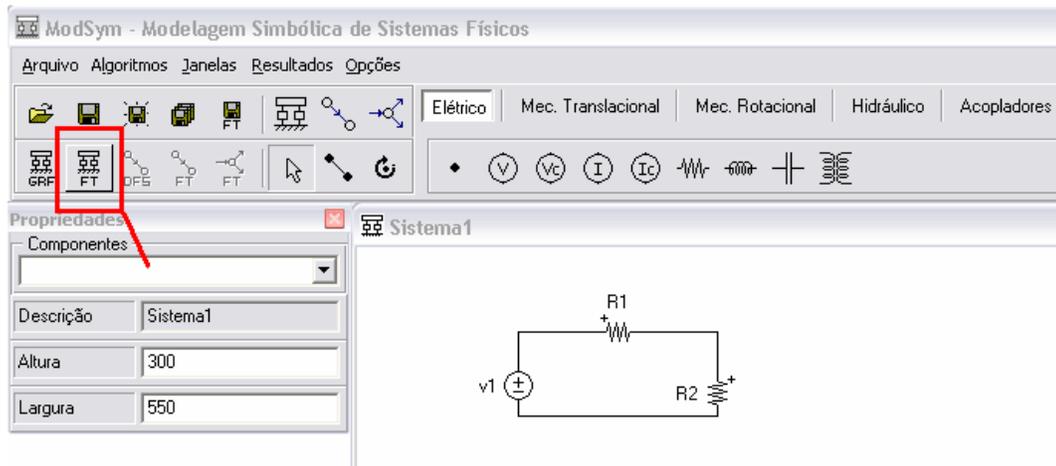


Figura 17 – Simulação da Função de Transferência

O segundo é clicando na janela logo acima no programa, “Algoritmos”, e selecionando a segunda opção: “Sistema → Função de transferência”



Figura 18 – 2º Método de simulação da FT

Feito um desses dois procedimentos a janela abaixo aparecerá:



Figura 19 – Escolha das variáveis de entrada e saída

Nessa janela temos a opção de escolher as duas variáveis da função de transferência. A variável de entrada, que para o caso, como temos só uma fonte de tensão, somente a fonte de tensão 1 poderá ser escolhida. E para variável de saída temos mais de uma opção, podemos escolher a tensão em cima do resistor 1, a tensão em cima do resistor 2, a corrente que passa pelo resistor 1, a corrente que passa pelo resistor 2 e finalmente a corrente que passa pela a fonte de tensão. Percebemos que a corrente que passa pelo resistor 1 e 2 será a mesma, então se formos analisar a função de transferência da corrente em um desses dois resistores pela tensão de entrada

$\frac{I(s)}{V(s)}$  a função também será a mesma. Temos que atentar para o fato do programa considerar a tensão elétrica como a variável “E” e a corrente elétrica como a variável “F”, o que será discutido posteriormente.

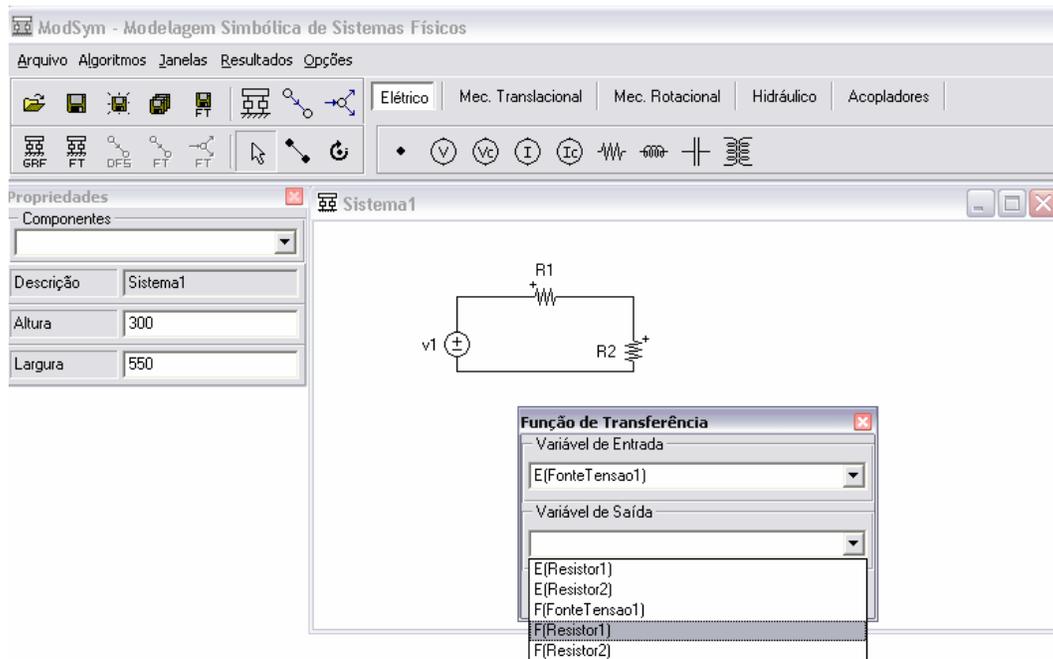


Figura 20 – Escolha da variável de saída

Escolhendo qual será sua variável de saída devemos clicar em: “Calcular” (ver Figura 19) para o programa calcular a função de transferência, entre a variável de saída escolhida e a variável de entrada anteriormente escolhida. Uma nova janela aparecerá mostrando o resultado da simulação:

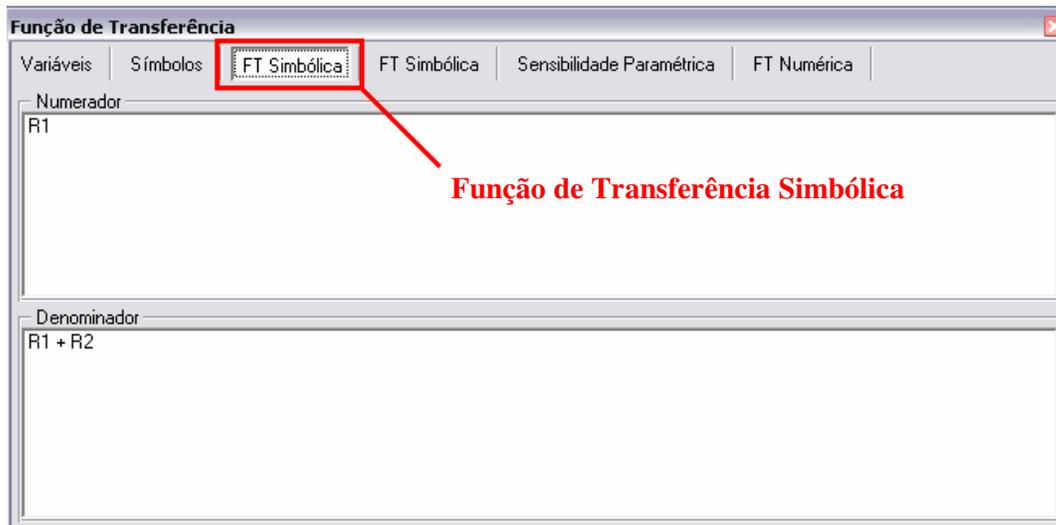


Figura 21 – Função de Transferência Simbólica

Como pode ser visto a função de transferência é dada em partes separadas, o numerador da função no quadro acima e o denominador no quadro abaixo.

Pode-se verificar que essa função de transferência é a função de transferência simbólica, sendo apenas representada pelas letras correspondentes de cada componente, sem levar em consideração qualquer valor daquele componente, então a função de transferência simbólica considerará cada componente com valor físico igual a 1.

Nessa mesma janela existem outras opções que podem ser selecionadas para algumas funções diferentes. Podemos selecionar a opção "Variáveis", para verificar quais variáveis foram utilizadas na função de transferência Também podemos clicar na opção "Símbolos", que mostrará cada variável utilizada como um respectivo valor relacionado aquela variável, poderá ser modificada o valor da variável, e refazer o calculo da função de transferência com esse novo valor.

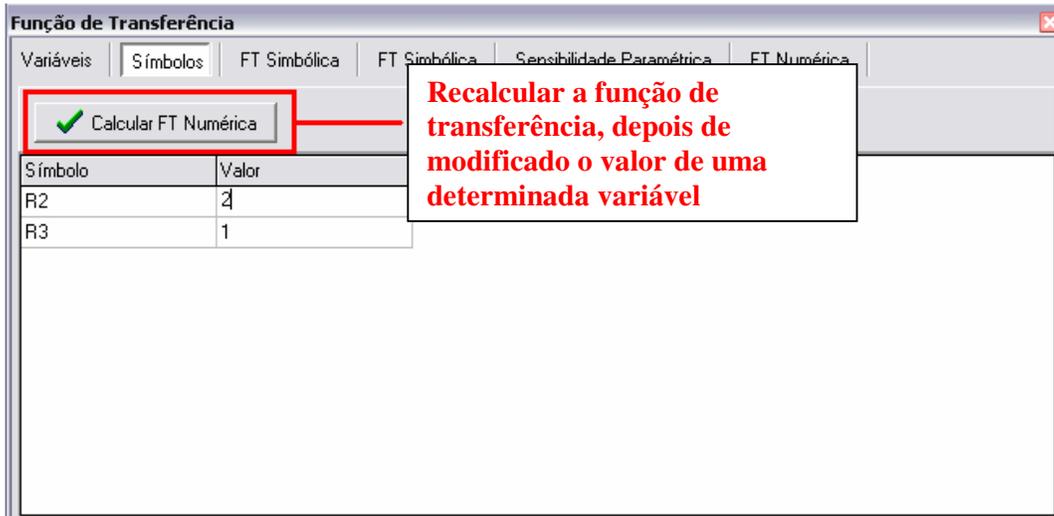


Figura 22 – Recálculo da FT

Assim, alterando a função de transferência numérica, outra opção poderá ser escolhida nessa janela. Sendo escolhida essa opção (“FT Numérica”) será mostrada a função de transferência numérica, só os valores físicos de cada componente, sem a simbologia representativa destes, podendo ou não ser multiplicada por “S”, quando assim for necessário, para aquele componente que corresponde a domínio de Laplace.

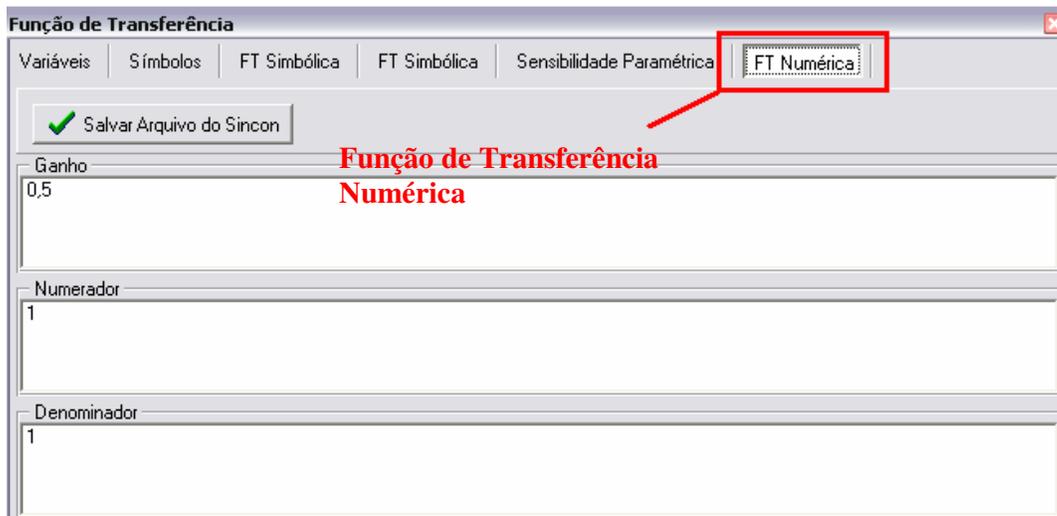


Figura 23 – Função de Transferência Numérica

Com isso, todos os passos para a simulação de um determinado sistema

para obtenção de sua função de transferência e respectiva modelagem foram apresentados.

No decorrer da apostila serão apresentados alguns exemplos de simulação, desde a obtenção da função de transferência feita teoricamente através de métodos determinados, e a comparação com a simulação no *ModSym*.

Alguns critérios que não foram discutidos anteriormente serão melhores esclarecidos com o desenvolvimento dos exemplos.

### **3. MODELAGEM DE SISTEMAS ELÉTRICOS**

A modelagem de sistemas elétricos pode ser realizada no *ModSym* através de nove elementos. Cada elemento possui um ícone gráfico e é normalmente associado a um ganho simbólico, o qual representa uma grandeza física. Na tabela 1 são listados os elementos elétricos disponíveis no software e suas relações constitutivas no domínio de Laplace. É válido lembrar ainda que para os sistemas elétricos, as variáveis generalizadas de esforço, indicadas por “e”, e de fluxo, indicadas por “f”, são respectivamente a tensão e a corrente elétrica. No software, tensões e correntes são simbolizadas pelas letras v e i em minúsculo, respectivamente.

As fontes de tensão disponíveis no sistema são fontes ideais e fornecem uma quantidade específica de esforço, dada pela sua relação constitutiva, independente da corrente através dela. De forma análoga, as fontes de corrente são ideais e suprem uma determinada corrente, independente da tensão entre seus terminais.

Tabela 1 - Elementos Elétricos

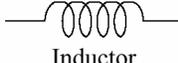
Ícone	Elemento	Ganho	Grandeza	Relação constitutiva
◆	Vértice elétrico			
	Fonte de tensão	$v$	Tensão	$e = v$
	F. de tensão controlada	$Kv$	Ganho de tensão	$e = Kv \cdot p$
	Fonte de corrente	$i$	Corrente	$f = i$
	F. de corrente controlada	$Ki$	Ganho de corrente	$f = Ki \cdot p$
	Resistor	$R$	Resistência	$e = R \cdot f$
	Indutor	$L$	Indutância	$e = LS \cdot f$
	Capacitor	$C$	Capacitância	$e = C^{-1} S^{-1} \cdot f$
	Transformador elétrico	$N$	Transformação	$e_2 = N^{-1} \cdot e_1, f_2 = N \cdot f_1$

### 3.1. Função de Transferência de Circuitos Elétricos

Os circuitos equivalentes ou as redes elétricas com as quais trabalhamos consistem basicamente em três componentes lineares passivos: resistores, indutores e capacitores. A tabela 1 resume os componentes e as relações entre tensão e corrente e entre tensão e carga, sob condições iniciais iguais a zero.

Vamos agora combinar componentes elétricos em circuitos, decidir a respeito das entradas e saídas e obter as funções de transferência. Nossos princípios-guias são as leis *Kirchhoff*. Somamos tensões ao longo das malhas ou corrente em nós, dependendo da técnica que envolva menor esforço de manipulação algébrica e, em seguida, igualamos o resultado à zero. A partir destas relações, podemos escrever as equações diferenciais do circuito. Aplica-se, então, a transformada de Laplace das equações e finalmente se calcula a função de transferência.

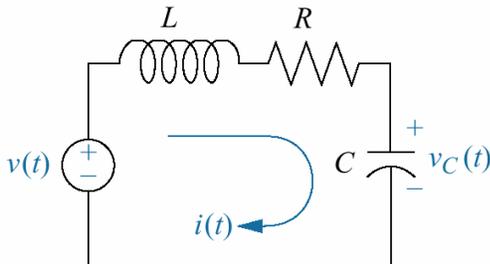
Tabela 2 – Relações tensão-corrente, tensão-carga e impedância para capacitores, indutores e resistores.

Componente	Tensão - Corrente	Corrente-Tensão	Tensão-Carga	Impedância	Admitância
 Capacitor	$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = \frac{1}{C} q(t)$	$\frac{1}{Cs}$	$Cs$
 Resistor	$v(t) = Ri(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} v(t)$	$v(t) = R \frac{dq(t)}{dt}$	$R$	$\frac{1}{R} = G$
 Inductor	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau$	$v(t) = L \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$	$Ls$	$\frac{1}{Ls}$

Note: The following set of symbols and units is used throughout this book:  $v(t) = \text{V}$  (volts),  $i(t) = \text{A}$  (amps),  $q(t) = \text{Q}$  (coulombs),  $C = \text{F}$  (farads),  $R = \Omega$  (ohms),  $G = \text{S}$  (mhos),  $L = \text{H}$  (henries).

As funções de transferência podem ser obtidas usando as leis de *Kirchhoff* das tensões ao longo de laços ou malhas. Chamamos este método de análise pelo método das malhas. Ele é mostrado no exemplo abaixo.

**EXEMPLO 1:** Obter a função de transferência relacionando a tensão,  $V_c(s)$ , no capacitor à tensão de entrada,  $V(s)$  no circuito da figura abaixo:



**Solução:** Em todo problema, o projetista deve primeiro decidir quem deve ser a entrada e a saída. Neste circuito diversas variáveis poderiam ser escolhidas com saída, como por exemplo, a tensão no indutor, a tensão no capacitor a tensão no resistor ou as respectivas correntes. O enunciado do problema, contudo, é claro neste caso: devemos tratar a tensão do capacitor como saída e a tensão aplicada com entrada.

Somando as tensões ao longo da malha, supondo condições iniciais nulas, resulta a equação integro diferencial deste circuito.

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v(t) \quad (1)$$

Aplicando a transformada de Laplace, admitindo condições iniciais nulas temos:

$$L.s.I(s) + R.I(s) + \frac{1}{C.s}.I(s) = V(s) \quad (2)$$

Isolando a corrente I(s):

$$(L.s + R + \frac{1}{C.s}).I(s) = V(s) \quad (3)$$

Reagrupando os termos e simplificando os termos para uma função de transferência geral,  $\frac{I(s)}{V(s)}$ , que a partir desta partiremos para a função de transferência de qualquer dispositivo, temos:

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{(Ls + R + \frac{1}{Cs})} \quad (4)$$

$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{Cs}{(CLs^2 + CRs + 1)}$	(5)
--	-----

Percebemos que esta função de transferência é geral para qualquer dispositivo (Indutor, resistor e capacitor), pois como nosso sistema só tem uma malha, a corrente em todos os dispositivos será a mesma.

Porém se quisermos encontrar a função de transferência da tensão em qualquer um dos dispositivos em relação a tensão de entrada devemos achar a relação da tensão do dispositivo com a corrente que passa por ele, conseqüentemente, estaremos encontrando em relação a corrente da equação acima, então temos que:

$$\text{Tensão no capacitor: } V_C(s) = \frac{1}{C_S} \cdot I(s) \quad (6)$$

$$\text{Tensão no indutor: } V_L(s) = L \cdot s \cdot I(s) \quad (7)$$

$$\text{Tensão no resistor: } V_R(s) = R \cdot I(s) \quad (8)$$

Então a partir destas três tensões, substituindo a corrente das equações 6,7 e 8 na equação 5 , podemos encontrar a função de transferência da tensão de qualquer componente pela tensão de entrada.

$$\frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{1}{(CLs^2 + CRs + 1)} \quad (9)$$

$$\frac{V_L(s)}{V(s)} = \frac{CLs^2}{(CLs^2 + CRs + 1)} \quad (10)$$

$$\frac{V_R(s)}{V(s)} = \frac{CRs}{(CLs^2 + CRs + 1)} \quad (11)$$

### 3.2. Simulações

Depois de todos os cálculos teóricos feitos, podemos fazer a modelagem a partir do software, e fazer a comparação entre os resultados.

Seguindo todos os passos anteriormente descritos, temos:

1. Abrir um novo sistema
2. Escolher o domínio físico apropriado
3. Selecionar todos os componentes necessários
4. Fazer todas as conexões
5. Simular a função de transferência

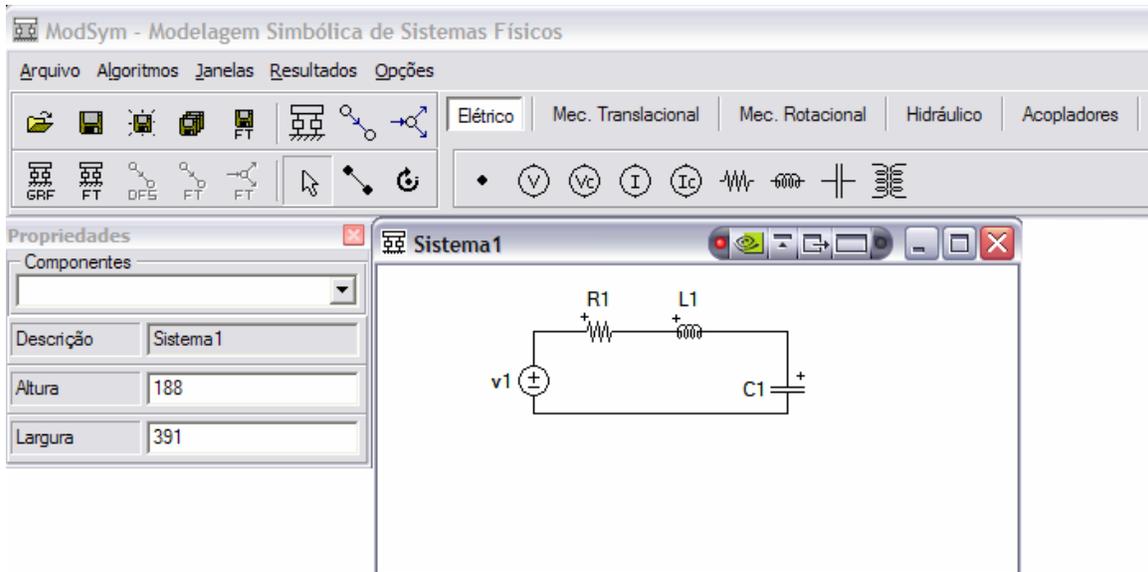


Figura 24 – Simulação

Fazendo a simulação da função de transferência primeiramente da corrente elétrica na malha em relação com a tensão de entrada  $V_1$ :

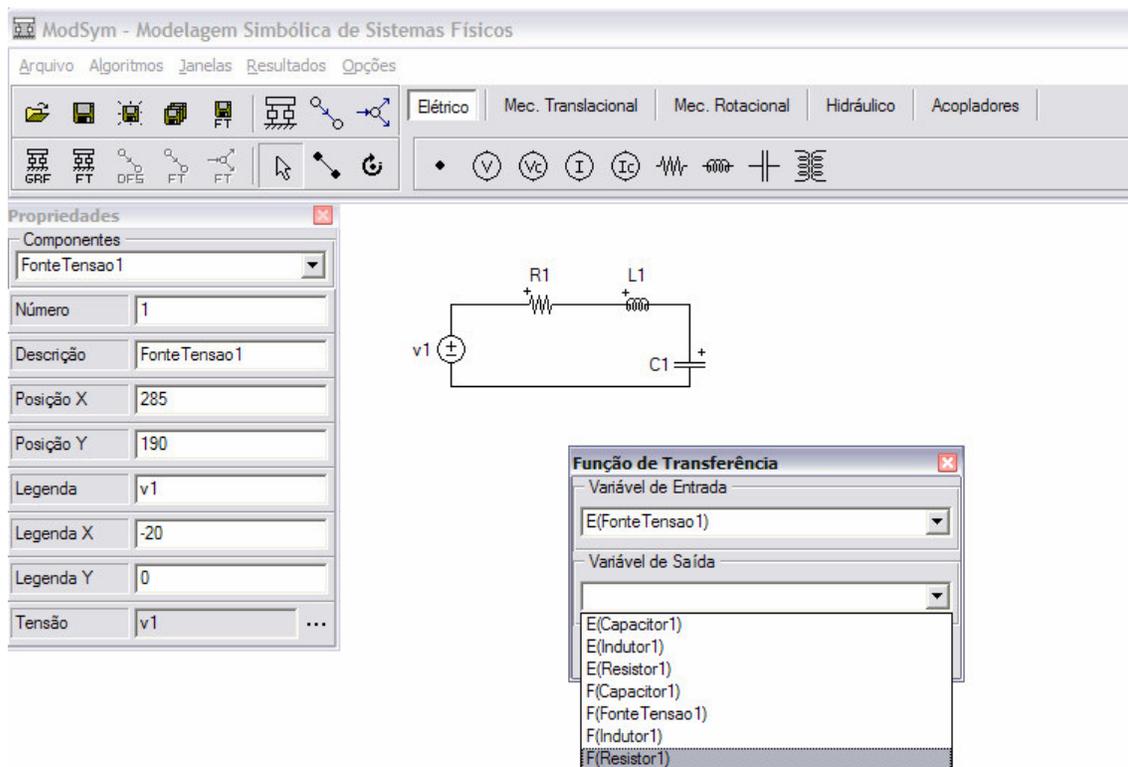


Figura 25 – Escolha da variável de saída para a simulação

Então temos a função de transferência simbólica:

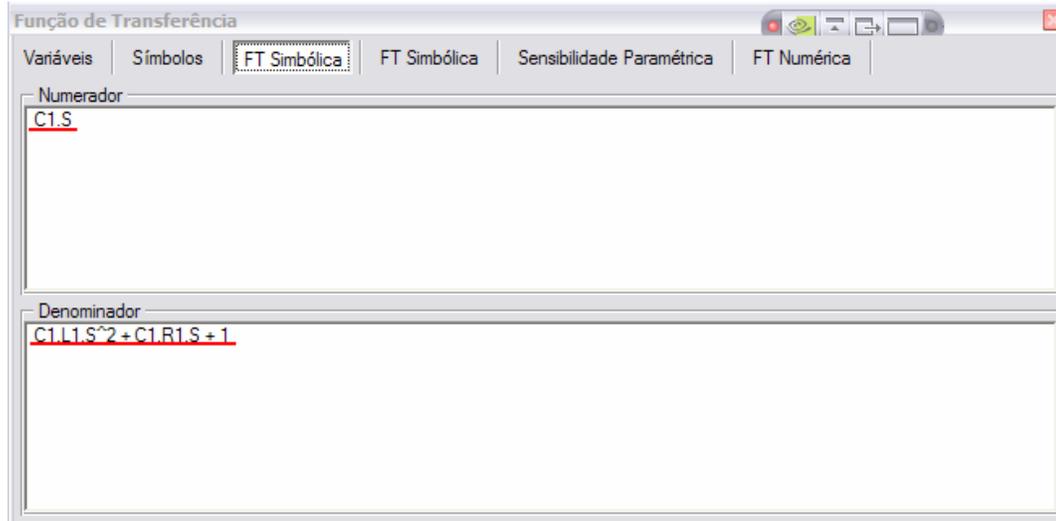


Figura 26 – FT Simbólica depois de simulação

Verificando total semelhança entre essa função de transferência e a função de transferência vista e desenvolvida anteriormente na equação 5.

Podemos agora simular as funções de transferência das tensões em cada componente pela tensão de entrada, e ver as semelhanças com as funções calculadas anteriormente:

Para a tensão no capacitor:

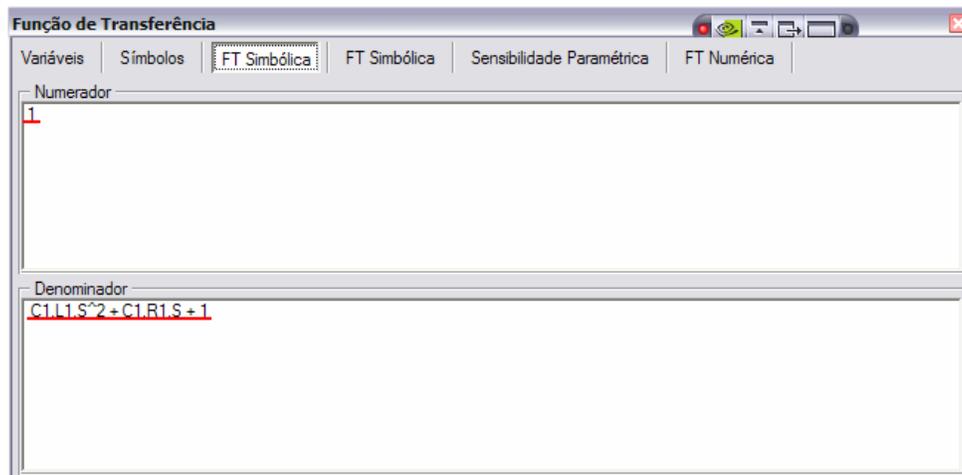


Figura 27 – FT para a tensão no capacitor

Para a tensão no indutor:

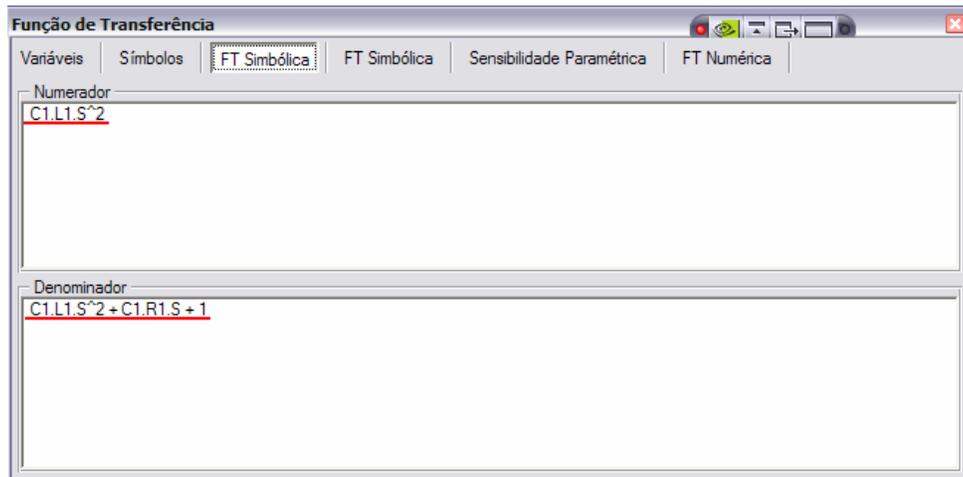


Figura 28 – FT para a tensão no indutor

E por último, a tensão no resistor:

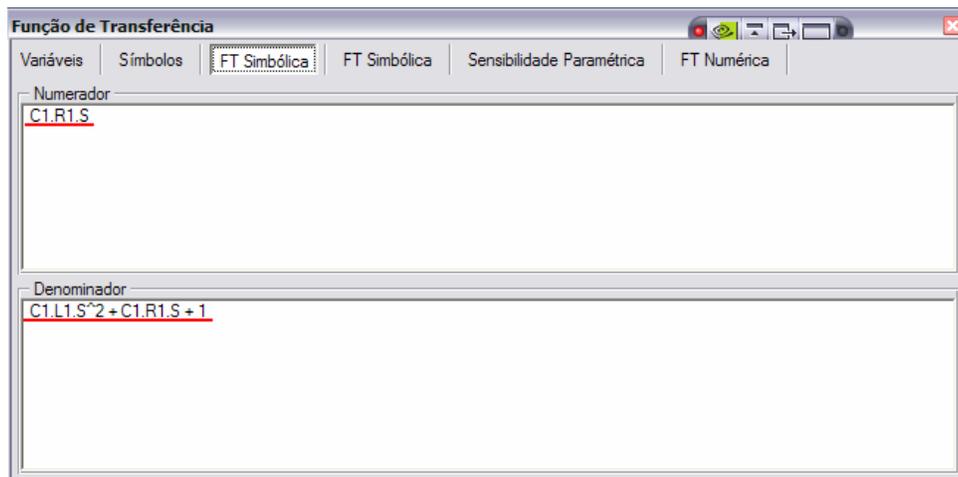


Figura 29 – FT para a tensão no resistor

## 4. Modelagem de Sistemas Mecânicos Translacionais

A modelagem de sistemas mecânicos translacionais pode ser realizada através de onze elementos. A tabela 3 mostra os elementos disponíveis e suas relações constitutivas no domínio de Laplace. Aspectos relevantes a alguns desses elementos serão também comentados em seguida. É importante ressaltar que a modelagem dos sistemas mecânicos no ambiente computacional é suportada apenas para as direções horizontal e vertical.

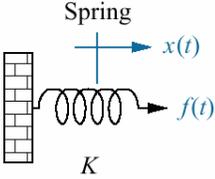
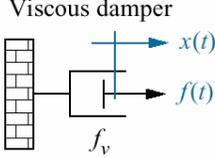
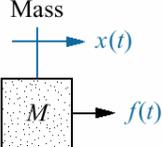
Nos sistemas mecânicos translacionais, as variáveis generalizadas de esforço e de fluxo são, respectivamente, a velocidade linear e a força. No software, velocidade e força são simbolizadas pelas letras V e F em maiúsculo.

Tabela 3 - Elementos mecânicos translacionais.

Ícone	Elemento	Ganho	Grandeza	Relação constitutiva
•	Vértice mecânico			
	Referência mecânica			
	Fonte de velocidade	V	Velocidade linear	$e = V$
	Fonte de velocidade controlada	KV	Ganho de velocidade	$e = KV \cdot p$
	Fonte de força	F	Força	$f = F$
	Fonte de força controlada	KF	Ganho de força	$f = KF \cdot p$
	Amortecedor	B	Amortecimento	$e = B^{-1} \cdot f$
	Mola	K	Elasticidade	$e = K^{-1}S \cdot f$
	Massa	M	Massa	$e = M^{-1}S^{-1} \cdot f$
	Massa + Atrito	M + B		
	Transformador mecânico	N	Transformação	$e_2 = N^{-1} \cdot e_1, f_2 = N \cdot f_1$

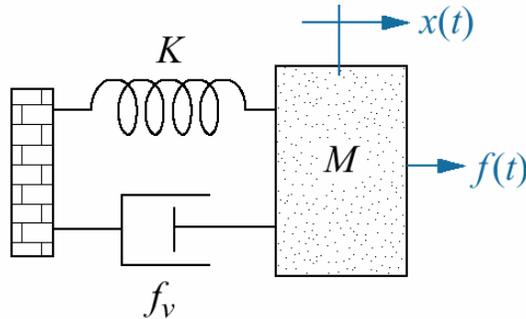
Diferentemente dos sistemas elétricos, em que as fontes de energia definem um referencial, nos sistemas mecânicos o elemento referência mecânica deve ser utilizado com a finalidade de definir a velocidade de referência para os demais elementos do sistema. Por conseguinte, as fontes de energia realizam apenas uma conexão, estabelecendo a velocidade ou a força aplicada a um determinado ponto do sistema mecânico. O outro conector das fontes de energia está implicitamente conectado a referência.

Tabela 4 - Relações força-velocidade, força-deslocamento e impedância de transição de molas, amortecedores viscosos e massa

Component	Force-velocity	Force-displacement	Impedance $Z_M(s) = F(s)/X(s)$
 <p>Spring</p>	$f(t) = K \int_0^t v(\tau) d\tau$	$f(t) = Kx(t)$	$K$
 <p>Viscous damper</p>	$f(t) = f_v v(t)$	$f(t) = f_v \frac{dx(t)}{dt}$	$f_v s$
 <p>Mass</p>	$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$	$Ms^2$

Note: The following set of symbols and units is used throughout this book:  $f(t) = \text{N}$  (newtons),  $x(t) = \text{m}$  (meters),  $v(t) = \text{m/s}$  (meters/second),  $K = \text{N/m}$  (newtons/meter),  $f_v = \text{N-s/m}$  (newton-seconds/meter),  $M = \text{kg}$  (kilograms = newton-seconds<sup>2</sup>/meter).

**EXEMPLO 2:** Obter a função de transferência,  $\frac{F_{fv}(s)}{F(s)}$  (Força no amortecedor em relação a força aplicada no sistema) , para o sistema da figura abaixo:



**Solução:** Escrevendo a equação diferencial do movimento usando a lei de Newton para somar e igualar a zero todas as forças aplicadas na massa e utilizando a tabela 4 para observar a relação força deslocamento, temos:

$$M \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f_v \frac{dx(t)}{dt} + K x(t) = f(t) \quad (12)$$

Pode-se notar que se tomou como base a relação da força pelo deslocamento, pelo simples fato de apresentar maiores facilidades de conversões posteriores, entre força e velocidade, em cada dispositivo separadamente.

Aplicando a transformada de Laplace, supondo nulas todas as condições iniciais,

$$M \cdot s^2 \cdot X(s) + f_v \cdot s \cdot X(s) + K \cdot X(s) = F(s) \quad (13)$$

Resolvendo para obter a função de transferência,

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + f_v s + K} \quad (14)$$

Também pela tabela 4 podemos verificar que:

$$F(s) = f_v \cdot V(s) \quad , \text{ (Relação Força-Velocidade)} \quad (15)$$

$$F(s) = f_v \cdot s \cdot X(s) \quad , \text{ (Relação Força-Deslocamento)} \quad (16)$$

Igualando as duas equações, temos que:

$$V(s) = s \cdot X(s) \quad (17)$$

Substituindo a equação (17) na equação (15) temos:

$$X(s) = \frac{F_{fv}(s)}{fv.s} \quad (18)$$

Finalmente podemos substituir a equação (18) na equação (14) e acharmos a função de transferência desejada:

$$\frac{F_{fv}(s)}{F(s)} = \frac{fv.s}{Ms^2 + fv.s + K} \quad (19)$$

Só então podemos agora fazer a simulação do sistema no aplicativo *ModSym*, e verificar a eficácia do programa.

Seguindo os passos anteriormente indicado, para fazermos a simulação:

1. Abrir o programa e escolher o domínio físico, mecânica translacional.
2. Montar o sistema

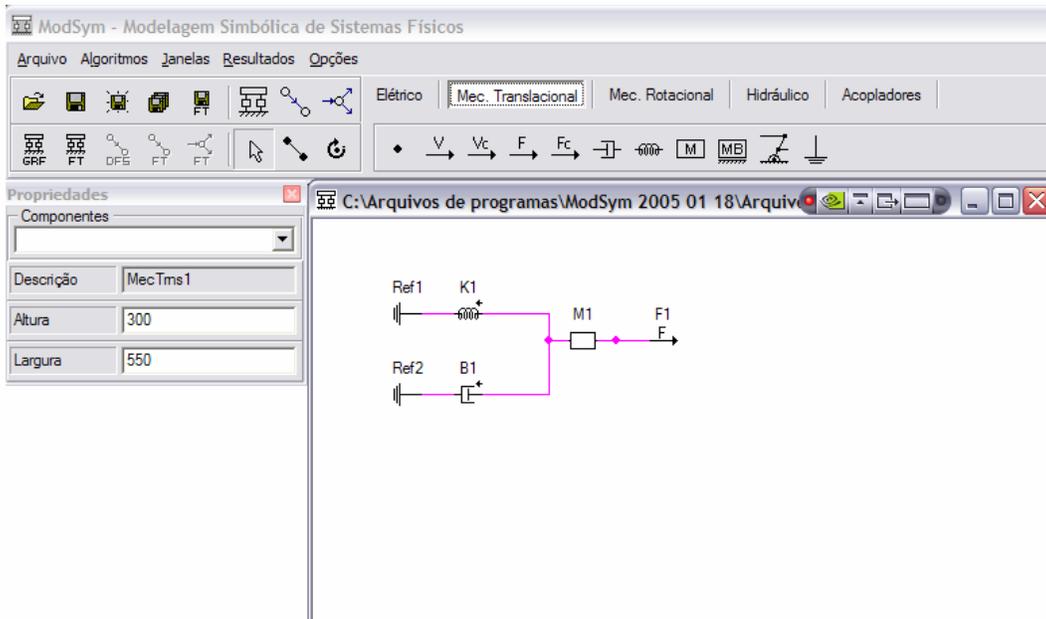


Figura 30 – Sistema Mecânico Translacional

3. Só então fazer a simulação do sistema escolhendo como saída a força no amortecedor. Amortecedor cujo é representado pela letra “B” no *ModSym*.

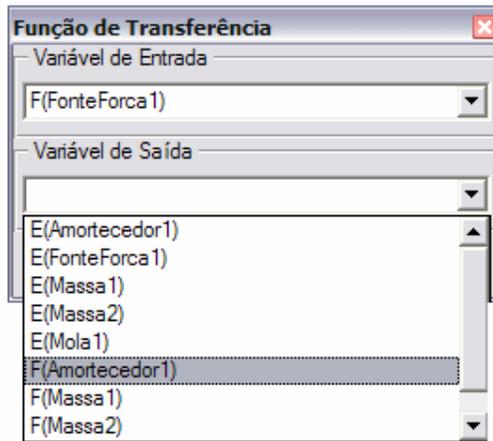


Figura 32 – Escolha da saída

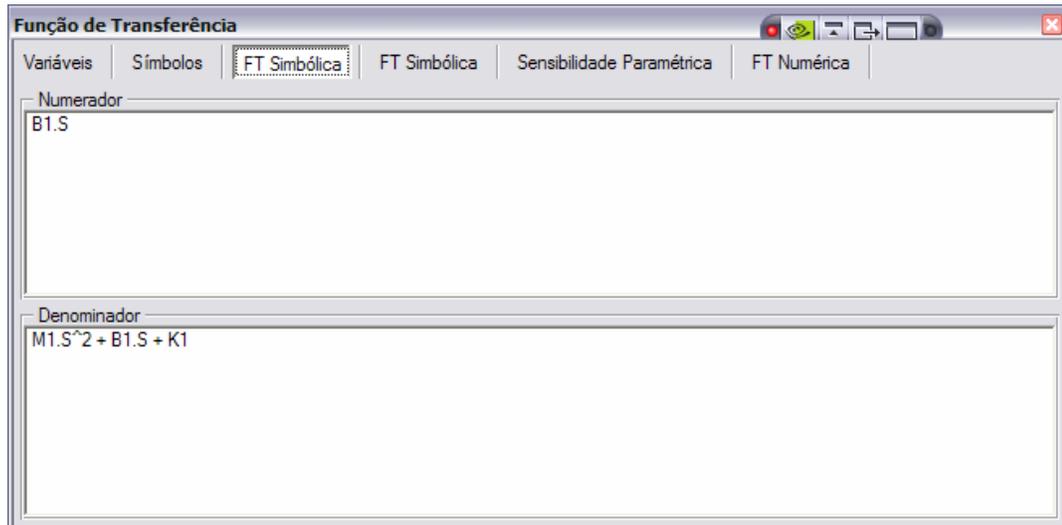


Figura 33 – Função de Transferência Simbólica

## 5. Conclusão

Apresentamos neste documento um ambiente computacional para a modelagem simbólica de sistemas físicos lineares. Acreditamos que o software, denominado *ModSym*, é uma ferramenta computacional bastante versátil para a área de controle, podendo ser utilizado tanto em trabalhos práticos como no processo de ensino e aprendizagem.

O ambiente computacional pode ser empregado na modelagem de sistemas físicos, auxiliando pesquisadores no projeto de sistemas e na obtenção de modelos matemáticos. O cálculo de funções de transferência nas formas simbólica e numérica, por exemplo, essencial para a realização de diversos experimentos, pode ser efetuado, precisa e rapidamente, com o auxílio do software.

No processo de ensino e aprendizagem, o *ModSym* pode ser utilizado em disciplinas relacionadas às áreas de controle, de física e de circuitos elétricos, entre outras. Os recursos disponíveis no software para a montagem de sistemas a partir de componentes básicos dos domínios elétricos, mecânicos e hidráulicos, a partir de grafos de ligação e de diagramas de fluxo de sinal podem ser utilizados para realizar explicações ricas em ilustrações e conteúdo que despertem o interesse dos alunos para as disciplinas correlatas ao software e para a ciência de um modo geral.

Na área educacional, o software pode ainda ser utilizado por estudantes para comprovar os resultados obtidos na realização de listas de exercícios e similares. A modelagem e análise dos sistemas físicos através da ferramenta permitem que estudos sejam efetuados com uma maior dinâmica, evitando ou auxiliando a realização de cálculos repetitivos e susceptíveis a erros.

Enfim, esses são os principais aspectos que ressaltam a importância do ambiente computacional proposto e as principais sugestões para a continuidade do trabalho. Hoje, a integração que existe entre a Engenharia de Controle e a Engenharia de Computação, exemplificada aqui neste trabalho, tem sido de grande relevância para o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, bem como para o processo educacional da área de controle.

## 6. Referências Bibliográficas

- [1] Ogata, K. (2003). *Engenharia de Controle Moderno*. Quarta Edição. Editora Prentice-Hall do Brasil, São Paulo.
- [2] Nise, N. (2002). *Engenharia de Sistemas de Controle*. Terceira Edição. Editora LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.
- [3] Maitelli, A.L. (1988). Geração Computacional de Funções de Sistema na Forma Simbólica. Dissertação de Mestrado. UnB. Brasília-DF.
- [4] [www.electronicworkbench.com](http://www.electronicworkbench.com)
- [5] Silva, G. A. (2005). Um Ambiente Computacional para Modelagem Simbólica de Sistemas Físicos Lineares. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFRN, Natal-RN.